∽ Baccalauréat Première Lycée Français de Barcelone ∾
série générale devoir commun n° 1 nov. 2021

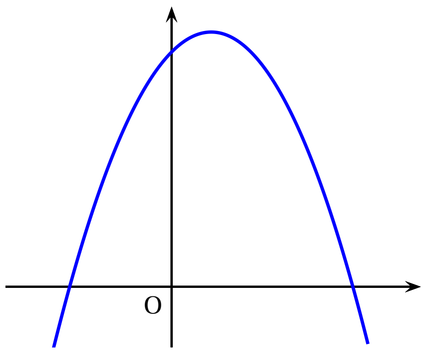
Calculatrices autorisées - Documents interdits

Exercice 1 **5 points**

Ce QCM comprend 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1 :

Soit f la fonction définie par
$f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels.
On considère dans un repère la courbe représentative de f tracée ci-contre.
On appelle Δ son discriminant.
On peut affirmer que :



a. $a > 0$ ou $c < 0$

b. c et Δ sont du même signe

c. $a < 0$ et $c < 0$.

d. $a < 0$ et $\Delta < 0$.

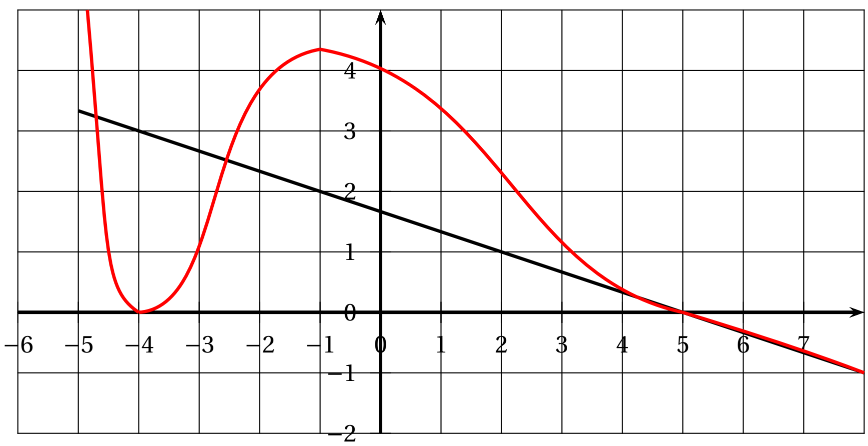
Question 2

L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 - 5x + 6 < 0$ est

a. $]-\infty\,;\,2[\cup]3\,;\,+\infty[$ **b.** $]-\infty\,;\,-1[\cup]6\,;\,+\infty[$ **c.** $]2\,;\,3[$ **d.** $]-1\,;\,6[$.

Question 3

On se place dans un repère orthonormé du plan.
Sur la figure ci-dessous, on a tracé la courbe représentative notée C d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La droite D est tangente à la courbe C au point A(5 ; 0).



Pour tout réel x de l'intervalle $]-\infty\,;\,0]$, on a :

a. $f'(x) \leqslant 0$	**b.** $f'(x) \geqslant 0$	**c.** $f(x) \geqslant 0$	**d.** $f'(x) \leqslant 0$

Question 4

Soit la fonction f définie pour tout $x \neq -2$ par : $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+2}$.
Parmi les expressions suivantes, laquelle définit la dérivée f' de la fonction f sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$?

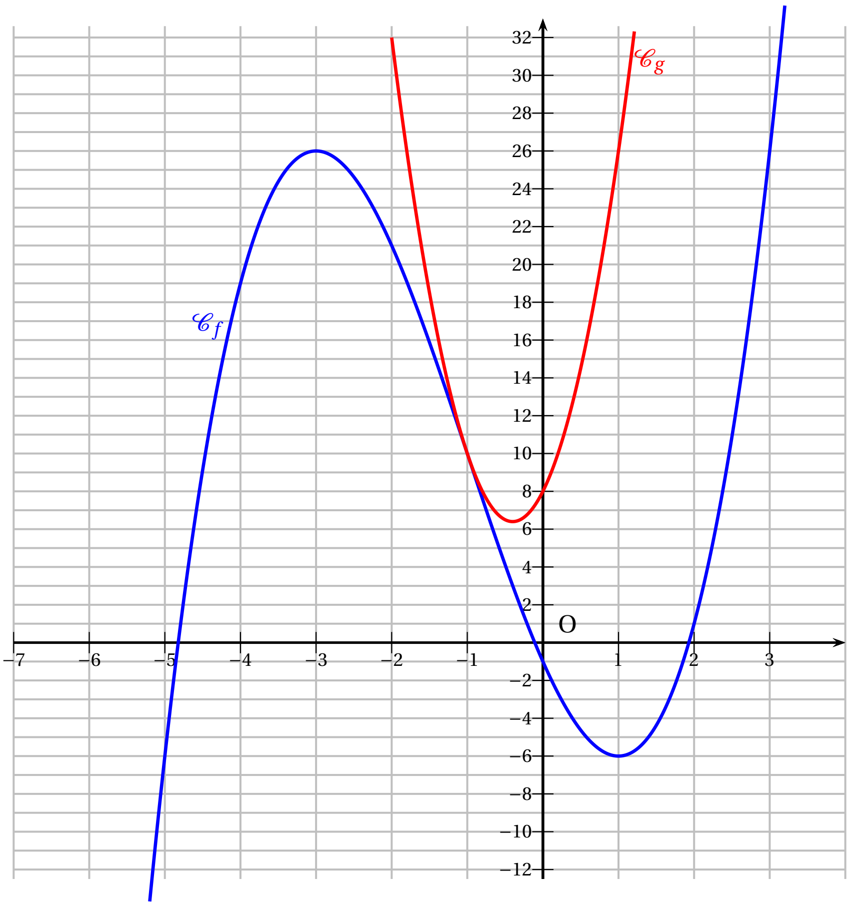
a. $f'(x) = -\dfrac{5}{(x+2)^2}$	**b.** $f'(x) = \dfrac{3}{(x+2)^2}$	**c.** $f'(x) = \dfrac{5}{(x+2)^2}$	**d.** $f'(x) = 2$

Question 5 :

Soit f une fonction telle que $f(2) = 5$ et $f'(2) = -1$.
Dans un repère, la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2 a pour équation :
a. $y = -x-3$
b. $y = -x+3$
c. $y = -x+7$
d. $y = 5x-11$

Exercice 2 **5 points**

On donne ci-dessous les représentations graphiques respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.



1. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 1.$$

On admet qu'elle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.

a. Calculer $f'(x)$.

b. Déterminer le signe de $f'(x)$ en fonction du réel x.
En déduire le tableau de variation de la fonction f.

c. Déterminer une équation de la droite T tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -1.

2. La fonction g est une fonction polynôme du second degré, il existe donc trois réels a, b et c tels que : $g(x) = ax^2 + bx + c$ pour tout réel x . On note Δ son discriminant.

a. Déterminer, à l'aide du graphique, le signe de a et le signe de Δ.

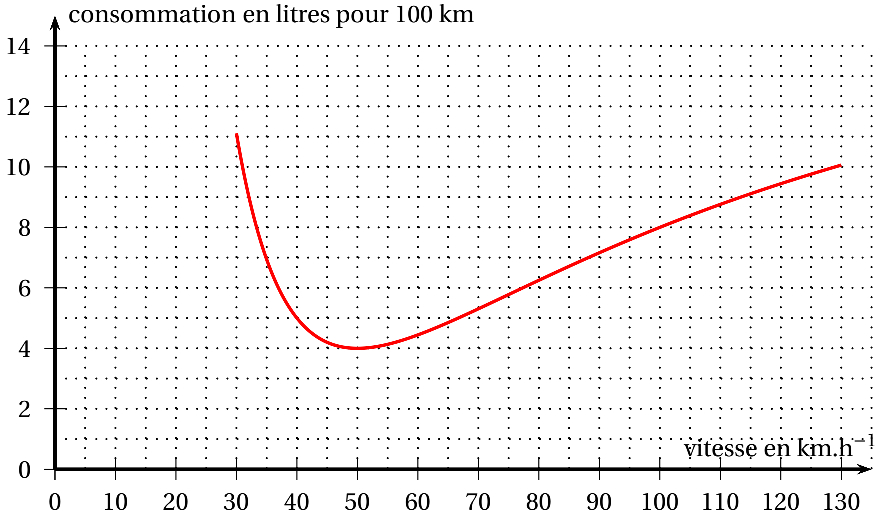
b. La fonction g est définie, pour tout réel x, par $g(x) = 10x^2 + 8x + 8$.
Démontrer que les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont un point commun d'abscisse -1 et qu'en ce point elles ont la même tangente.

Exercice 3 **5 points**

On s'intéresse à la consommation d'essence d'un véhicule en fonction de sa vitesse.

Lecture graphique

Le graphique ci-dessous représente la consommation d'essence en litres pour 100 km en fonction de la vitesse en km.h^{-1} du véhicule.



Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Quelle est la consommation du véhicule lorsque celui-ci roule à 40 km.h^{-1} ?
2. Pour quelle(s) vitesse(s) le véhicule consomme-t-il 8 litres pour 100 km ?
3. Pour quelle vitesse la consommation du véhicule semble-t-elle minimale ?

Modélisation

Si on note x la vitesse du véhicule en km.h^{-1}, avec $30 \leqslant x \leqslant 130$, la consommation d'essence en litres pour 100 km est modélisée par la fonction f d'expression :

$$f(x) = \frac{20x^2 - 1\,600x + 40\,000}{x^2}.$$

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[30 ; 130]$.

4. Montrer que pour tout $x \in [30 ; 130]$,

$$f'(x) = \frac{800\,(2x - 100)}{x^3}.$$

5. Démontrer la conjoncture de la question 3.

Exercice 4 **5 points**

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par $f(x) = 8x - 2x^3$.

a. Montrer que pour tout réel x de $[0\,;\,2]$, $f'(x)$ a le même signe que $4 - 3x^2$.

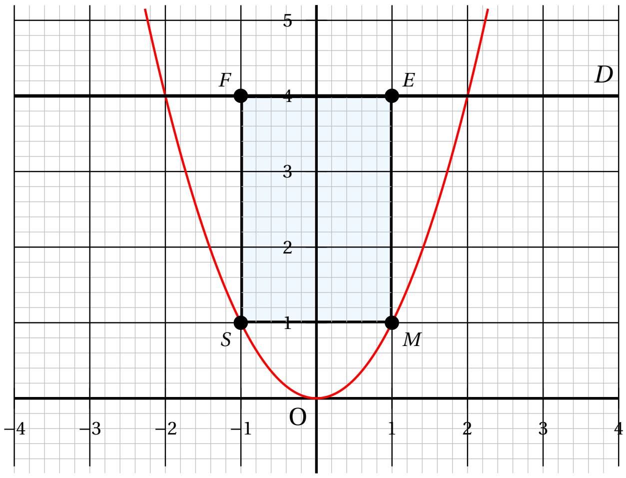
b. Étudier les variations de la fonction f sur $[0\,;\,2]$.

2. Dans un repère orthonormal, on considère la parabole p d'équation $y = x^2$ et la droite D d'équation $y = 4$.
On considère le rectangle $MSFE$ tel que :

— M un point de p dont l'abscisse x est un réel de $]0\,;\,2[$.

— S est le symétrique de M par rapport à l'axe des ordonnées.

— E et F sont respectivement les projetés orthogonaux de M et S sur la droite D.



a. Lorsque l'abscisse x du point M varie dans $]0\,;\,2[$, l'aire du rectangle $MSFE$ est-elle constante ?

b. Montrer que l'aire du rectangle $MSFE$ en fonction de l'abscisse x de M est $8x - 2x^3$.

c. Montrer que l'aire maximale du rectangle $MSFE$ est $\dfrac{32}{3\sqrt{3}}$.